

УДК 530.1

Сеник В. - ст. гр. СН-12

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РУХ У ЦЕНТРАЛЬНОМУ ПОЛІ СИЛ

Науковий керівник: доцент, канд. пед. наук Кульчицький В.І.

Senyk V.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

MOTION IN A CENTRAL FORCE FIELD

Supervisor: Kulchytskyi V.

Ключові слова: сил механіка, поле, рух у центральному полі

Keywords: mechanics, field, motion in a central field

До числа центральних сил належать гравітаційні і кулонівські сили. Підстановка функції $f(r) = \frac{\alpha}{r^2}$, у вираз $U = -\int f(r)dr$, дає $U = -\alpha \int \frac{dr}{r^2} = \frac{\alpha}{r} + C$ (1), де C - постійна інтегрування. При $r = \infty$ $C = 0$, так що $U = \frac{\alpha}{r}$ (2). Отже, повна механічна енергія

частки, що рухається в полі центральних сил визначається виразом $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{\alpha}{r}$ (3).

Підставивши замість v^2 вираз $r^2 + r^2\dot{\varphi}^2$, отримаємо, що $E = \frac{mr^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{\alpha}{r}$ (4).

У центральному полі енергія і момент імпульсу частки зберігаються. Отже, ліві частини формул $M_z = mr^2\dot{\varphi}$ і $E = \frac{mr^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{\alpha}{r}$ представляють собою константи.

Таким чином ми приходимо до системи двох диференціальних рівнянь:

$$mr^2\dot{\varphi} = M_z = \text{const} \quad (5)$$

$$mr^2 + mr^2\dot{\varphi}^2 + 2\alpha/r = \text{const}$$

Взявши інтеграли від цих рівнянь, можна знайти r і φ як функції від t , тобто встановити траєкторію і характер руху частки.

Траєкторія частки являє собою конічний перетин, тобто еліпс, параболу або гіперболу. Яка з цих кривих спостерігається у конкретному випадку, залежить від знака константи α і величини повної частки енергії частки.

У разі відштовхування (при $\alpha > 0$) траєкторією частки може бути тільки гіпербола. При цьому повна енергія (4) не може бути від'ємною. У разі притягання $\alpha < 0$, повна енергія може бути як додатною, так і від'ємною. При $E > 0$ траєкторія виявляється гіперболою, при $E = 0$ - параболою, а при $E < 0$ траєкторією буде еліпс.

При значеннях енергії моменту імпульсу, що задовольняють умову $E = -m\alpha^2 / 2M^2$, еліпс перетворюється у коло.